e. Montrer que l'équation $f(x)=2$ admet une unique solution $\alpha$ dans $[0,+\infty[$ dont on donnera un encadrement à $10^{-1}$ près.

2. Etude d'une fonction auxiliaire.

Soit $\varphi$ la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $\varphi(t)=1-(1+t)e^{-t}$.

a. Calculer la dérivée de $\varphi$.

b. Prouver que, pour tout réel positif ou nul t, $0\le\varphi(t)\le\frac{1}{t^2}$.

3. Etablir que , pour tout réel strictement positif x, $0\le x-f(x)\le\frac{1}{2x}$.

En déduire que C admet une asymptote D au voisinage de $+\infty$ et préciser la position de C par rapport à D.

4. Soit a un réel strictement positif et $T_a$ la tangente à C au point d'abscisse $\frac{a}{1+a+a^2}$.

a. Déterminer une équation de $T_a$.

b. Déterminer l'intersection de $T_a$ avec l'axe des abscisses.

5. Construire C et D. On placera le point de C d'ordonnée 2 et on précisera les tangentes à C aux points d'abscisses $\frac{1}{3}$, 1 et 3

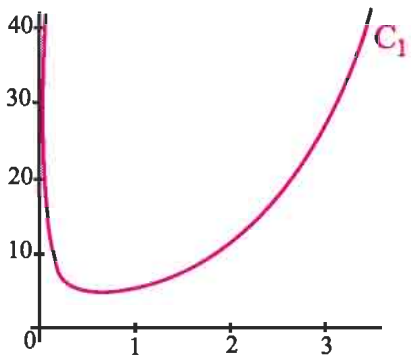
**42** Pour tout réel $k\le 0$, on considère la fonction $f_k$ définie sur $]0,+\infty[$ par $f_k(x)=\frac{kx+1}{x}e^x$.

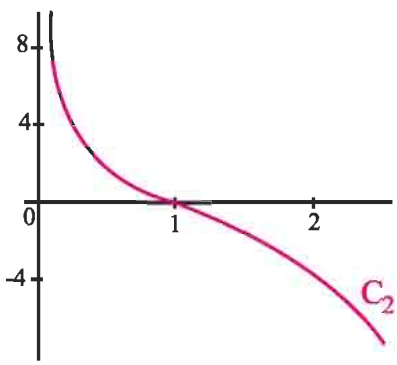
1. Déterminer les limites de $f_k$ en 0 et en $+\infty$.

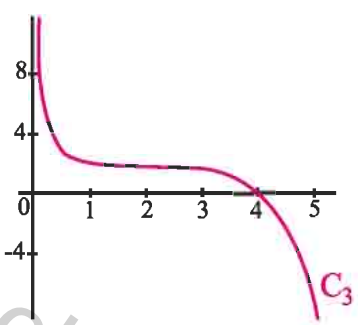
2. Calculer $f_k'(x)$ pour tout réel x de $]0,+\infty[$ et déterminer le nombre de solution de l'équation $f_k'(x)=0$.

3. On a représenté ci-après les fonctions $f_{-1}$, $f_{-0.25}$ et $f_0$.

Identifier la courbe de chaque fonction.




4. Pour tout réel a strictement positif, on pose $A(a)=\int_a^{a+1} f_0(x)dx$.

a. Que représente le réel $A(a)$ ?

b. Etudier le sens de variation de $a\mapsto A(a)$.

c. Déterminer a pour que l'aire du domaine limité par $C_0$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=a$ et $x=a+1$ soit minimale.

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn